

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2021-2022

Prova scritta in aula del 13.09.2022

Parte II - Testo 1

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti.

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere mediante il Principio dei Lavori Virtuali (PLV) la struttura iperstatica riportata in Figura, assumendo, come incognita iperstatica, il momento flettente sull'appoggio di continuità B , M_B .

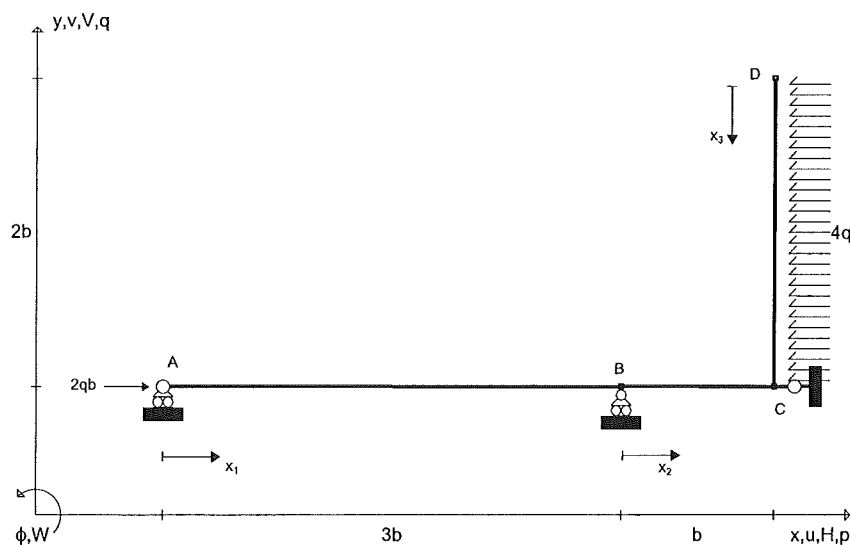
Dopo avere determinato l'iperstatica *tenendo conto solo della deformabilità flessionale*, calcolare le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciare nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

Calcolare infine, riapplicando il PLV, la rotazione del punto C , φ_C .

Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 13.09.22*001



eq. di compatibilità: $\Delta\varphi_B = 0$

Esercizio n. 2 (7 punti)

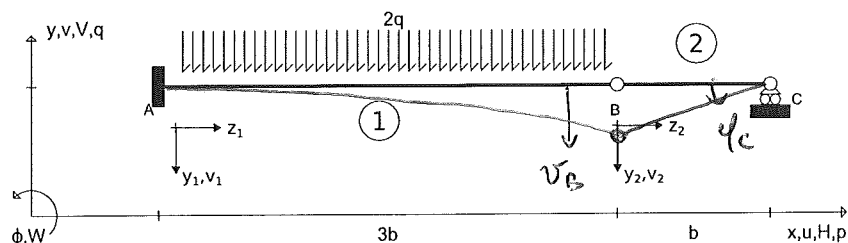
Per la struttura *isostatica*, indicata in Figura, determinare le reazioni vincolari e l'espressione delle azioni interne, nonché le condizioni al contorno imposte dai vincoli nei punti *A*, *B* e *C*.

Utilizzare quindi l'equazione della linea elastica per determinare:

1. La deformata della linea d'asse, $v(z) = v_1(z_1) \cup v_2(z_2)$;
2. La sua derivata prima, $v'(z) = v_1'(z_1) \cup v_2'(z_2)$;
3. La rotazione del punto *C*, φ_C ;
4. Lo spostamento verticale del punto *B*, v_B .

Università di Cagliari

SdC_SdA 13.09.22*001



↑ ⊕ ↓

⊕ ⊕ ⊕

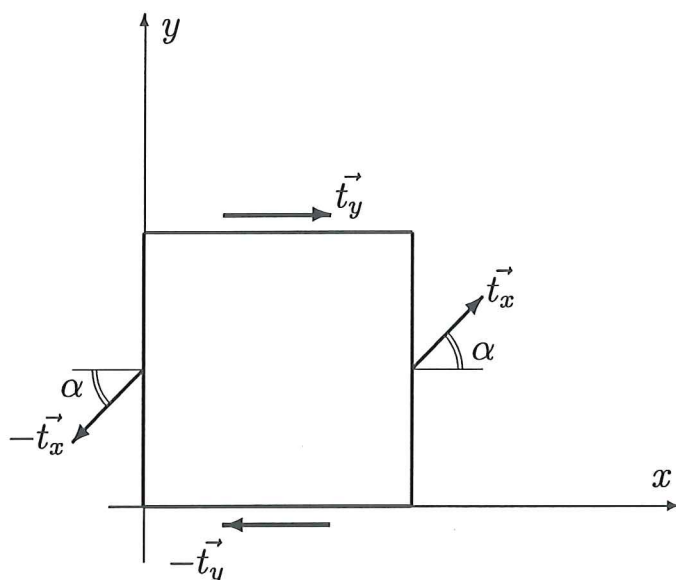
$$\begin{aligned}
 H_A (\Rightarrow) &= 0; & V_A (\uparrow) &= 6qb; & M_A (\curvearrowright) &= 9qb^2; & V_C (\uparrow) &= 0; \\
 N_{AB} &= //; & T_{AB} &= 6qb - 2qb_1; & M_{AB} &= -9qb^2 + 6qb_1^2 - qb_1^3; \\
 N_{BC} &= //; & T_{BC} &= //; & M_{BC} &= //; \\
 \text{c.c in A} &= v_1(z_1=0)=0, \quad v_1'(z_1=0)=0; & \text{c.c in B} &= v_1(z_1=3b)=v_2(z_2=0); \\
 & & \text{c.c in C} &= v_2(z_2=b)=0; \\
 v_1(z_1) &= \frac{9qb^2}{2EJ} z_1^2 - \frac{qb}{EJ} z_1^3 + \frac{q}{12EJ} z_1^4; & v_1'(z_1) &= \frac{9qb^2}{EJ} z_1 - \frac{3qb}{EJ} z_1^2 + \frac{q}{3EJ} z_1^3; \\
 v_2(z_2) &= -\frac{81qb^3}{4EJ} z_2 + \frac{81qb^4}{4EJ}; & v_2'(z_2) &= -\frac{81qb^3}{4EJ}; \\
 v_B &= \frac{81qb^4}{4EJ} (\downarrow); & \varphi_C &= -\frac{81qb^3}{4EJ} (\curvearrowleft);
 \end{aligned}$$

Esercizio n. 3 (9 punti)

Un elemento di materiale *in condizioni di equilibrio* è soggetto lungo le facce aventi come normali gli assi x e y ai vettori sforzo (piani) t_x e t_y rispettivamente; di questi t_x è inclinato rispetto all'asse x di un angolo $\alpha = 45^\circ$ (sicché $\cos \alpha = \sqrt{2}/2$; $\sin \alpha = \sqrt{2}/2$) e ha modulo di valore $|t_x| = 120$ MPa. L'altro vettore sforzo, t_y , è invece *orizzontale*, come indicato in Figura.

Si chiede di determinare le componenti σ_x , σ_y e τ_{xy} del tensore degli sforzi, costruire il cerchio di Mohr, determinare gli sforzi principali, σ_1 e σ_2 , e la massima tensione tangenziale, τ_{\max} .

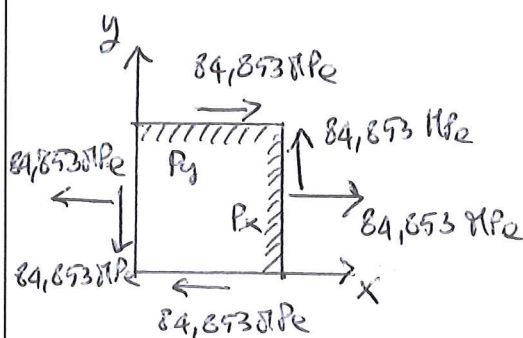
Determinare inoltre quanto vale l'angolo φ formato dall'asse x e dall'asse normale alla faccia sulla quale agisce lo sforzo principale massimo, σ_1 .



$$\sigma_x = 84,853 \text{ (MPa)}; \sigma_y = 0,00 \text{ (MPa)}; \tau_{xy} = 84,853 \text{ (MPa)};$$

$$\sigma_1 = 137,235 \text{ (MPa)}; \sigma_2 = -52,442 \text{ (MPa)}; \tau_{\max} = 94,868 \text{ (MPa)};$$

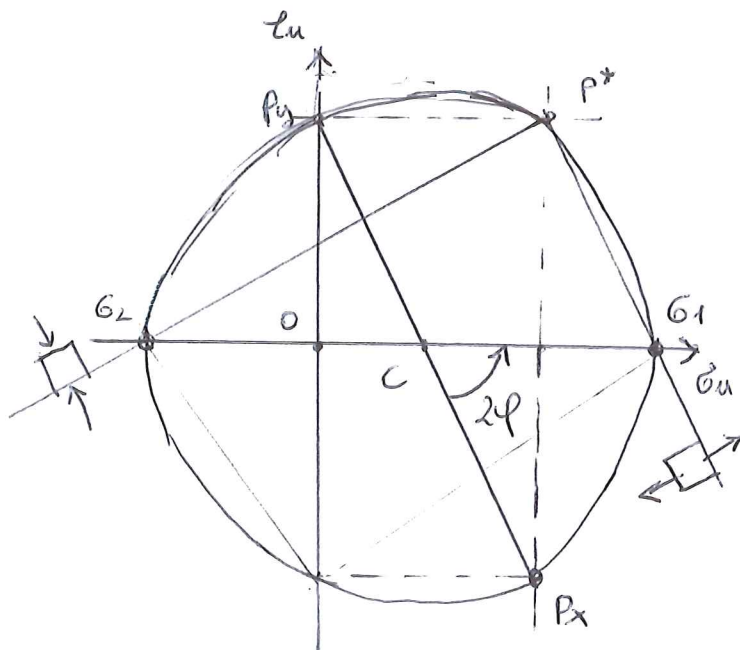
cerchio di Mohr:

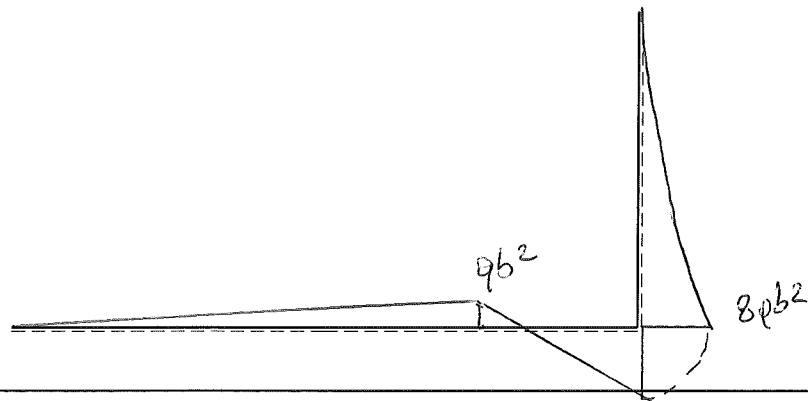
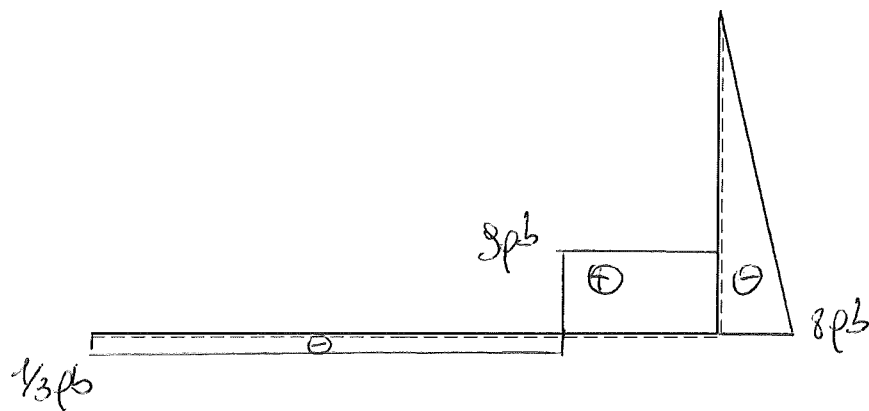
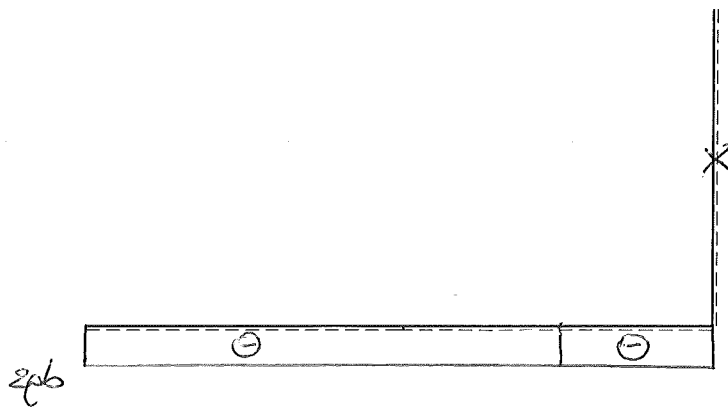
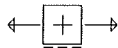


$$P_x = (84,853; -84,853)$$

$$P_y = (0,00; 84,853)$$

$$\varphi = 31,717 \text{ (}^\circ\text{)};$$





$$\begin{aligned}
 V_A(\uparrow) &= \frac{1}{3}pb; & V_B(\uparrow) &= \frac{28}{3}pb; & H_C(\rightarrow) &= 6pb; & V_C(\uparrow) &= -9pb; & M_B(\curvearrowright) &= -qb^2; \\
 N_{AB} &= -2pb; & T_{AB} &= -\frac{1}{3}pb; & M_{AB} &= -\frac{1}{3}pb \times 1; \\
 N_{BC} &= -2pb; & T_{BC} &= 9pb; & M_{BC} &= -qb^2 + 9pb \times 2; \\
 N_{DC} &= //; & T_{DC} &= -49 \times 3; & M_{DC} &= 29 \times 3^2; \\
 \varphi_C &= \frac{5qb^2}{2ED};
 \end{aligned}$$